Théorie de Modigliani et Miller

Olivier Levyne (2007)
Docteur en Sciences Economiques
HDR en Sciences de Gestion
Professeur des Universités

1. En l'absence de fiscalité

a. Première proposition

En l'absence de fiscalité, le coût du capital d'une entreprise est indépendant de sa structure financière. C'est le taux de capitalisation – noté ρ - de l'espérance de résultat d'exploitation d'une entreprise non endettée et appartenant à la même classe de risque industriel (dans la pratique au même secteur d'activité).

Soit VE la valeur d'entreprise ou valeur des actifs de l'entreprise.

Dire que ρ est le taux de capitalisation du REX de l'entreprise revient à considérer que la VE correspond à une rente perpétuelle de REX (futurs constants) actualisés au taux ρ. Dès lors :

$$\boxed{\text{VE} = \frac{E(REX)}{\rho}}$$

b. Seconde proposition

Notations :

- r_{CP} = rentabilité des capitaux propres (ou rentabilité financière)
- i = coût de la dette
- D = montant de la dette
- CP = montant des capitaux propres
- RN = résultat net

D'après la première proposition :

$r_{CP} = \dfrac{RN}{CP} = \dfrac{E(REX) - iD}{CP}$. En utilisant la première proposition :

$$r_{CP} = \frac{\rho VE - iD}{CP} = \frac{\rho(CP + D) - iD}{CP}.$$

Finalement :

$$\boxed{r_{CP} = \rho + (\rho - i)\frac{D}{CP}}$$

2. En présence de fiscalité

a. Principe de base

Notations :

- V = VE d'une entreprise endettée
- V* = VE d'une entreprise non endettée appartenant à la même classe de risque industriel
- i = coût de la dette
- ρ = coût du capital de l'entreprise non endettée
- D = montant de la dette
- CP = montant des capitaux propres
- REX = résultat d'exploitation
- i = coût de la dette
- X = rémunération des apporteurs de capitaux à l'entreprise endettée (actionnaires et obligataires)
- X* = rémunération des apporteurs de capitaux à l'entreprise non endettée (actionnaires)
- t = taux d'IS (35,43% en 2002 et 34,43%à partir de 2003)

On suppose par ailleurs que les entreprises distribuent à la totalité de leur bénéfice sous forme de dividendes à leurs actionnaires

X*= REX (1-t)

X = (REX-iD)(1-t) + iD = REX(1-t) –iD(1-t) + iD = REX(1-t)+iDt.

Ainsi : X = X* + iDt.

NB : iD = frais financiers donc iDt = réduction d'impôt engendrée par la déductibilité des frais financiers.

En considérant que la valeur des actifs correspond à une rente perpétuelle de flux futurs. Dès lors :

- les flux de l'entreprise non endettée sont actualisés au taux ρ ;
- la réduction d'IS engendrée par les frais financiers peut être actualisée au coût de la dette.

V*= $\frac{X^*}{\rho}$.

Par ailleurs : V = $\frac{X^*}{\rho} + \frac{iDt}{i}$ = V* + Dt.

Conclusion

La VE (ou valeur des actifs) de l'entreprise endettée est égale à celle de l'entreprise de même classe de risque industriel, augmentée d'une rente perpétuelle d'économie d'impôts engendrée par la déductibilité des frais financiers.

En d'autres termes, la VE d'une entreprise endettée est supérieure à celle d'une entreprise non endettée du fait de sa détention d'un actif complémentaire : le crédit d'impôt engendré par la déductibilité fiscale des frais financiers.

b. Le coût ajusté du capital

Notations :

R_i = rendement de l'action de la société endettée
R^*_i = rendement de l'action de la société non endettée
V = VE de l'entreprise endettée
V* = VE de l'entreprise non endettée

$$E(R^*_i) = \frac{[E(REX)](1-t)}{CP^*} = \frac{[E(REX)](1-t)}{V^*} = \rho$$

$$E(R_i) = \frac{[E(REX)-iD](1-t)}{CP} = \frac{[E(REX)](1-t)}{CP} - i(1-t)\frac{D}{CP} \text{ k}$$

En introduisant V* au numérateur et au dénominateur de la première partie de l'expression de k, on a :

$$k = \frac{[E(REX)](1-t)}{V^*}.\frac{V^*}{CP} - i(1-t)\frac{D}{CP} = \rho\,.\frac{V^*}{CP} - i(1-t)\frac{D}{CP}.$$

Or V = V* +Dt soit encore : V* = V –Dt. Dès lors :

$$k = \rho\,.\frac{V-Dt}{CP} - i(1-t)\frac{D}{CP}.$$

Et comme V = CP + D, on a alors :

$$k = \rho\,.\frac{CP+D-Dt}{CP} - i(1-t)\frac{D}{CP} = \rho\,.[1+\frac{D(1-t)}{CP}] - i(1-t)\frac{D}{CP}$$
$$= \rho + \rho(1-t)\frac{D}{CP} - i(1-t)\frac{D}{CP}.$$

Finalement :

$$\boxed{k = \rho + (\rho - i)(1-t)\frac{D}{CP}}$$

On peut alors remplacer k dans la formule du coût moyen pondéré du capital :

$$K = k\frac{CP}{CP+D} + i(1-t)\ \frac{D}{CP+D}$$

$$K = \left[\rho + (\rho - i)(1-t)\frac{D}{CP}\right]\frac{CP}{CP+D} + i(1-t)\ \frac{D}{CP+D}$$

$$K = \left[\rho\frac{CP}{CP+D}\right] + \left[(\rho - i)(1-t)\right]\frac{D}{CP+D} + i(1-t)\ \frac{D}{CP+D}$$

$$K = \left[\rho\frac{CP}{CP+D}\right] + \left[(\rho)(1-t)\right]\frac{D}{CP+D} - \left[(i)(1-t)\right]\frac{D}{CP+D} + \left[(i)(1-t)\right]\frac{D}{CP+D}$$

En constatant que les deux derniers éléments se simplifient :

$$K = \left[\rho\frac{CP}{CP+D}\right] + \rho\ \frac{D}{CP+D} - \left[\rho t\right]\frac{D}{CP+D} = \rho\ \frac{CP+D}{CP+D} - \left[\rho t\right]\frac{D}{CP+D}$$

Finalement :

$$\boxed{K = \rho\left[1 - \frac{Dt}{CP+D}\right]}$$

Remarque :

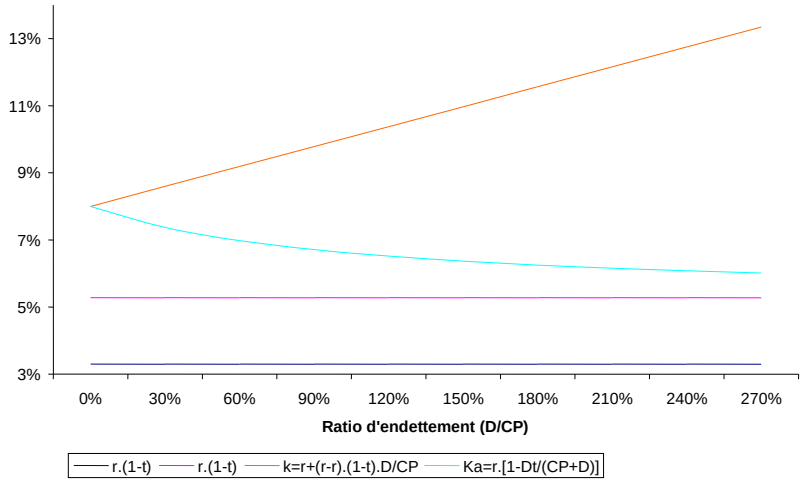
Si D = 0, on retrouve : K = ρ

Quand l'endettement augmente significativement (D tend vers l'infini),

$\lim \frac{Dt}{CP + D}$ = t quand D tend vers l'infini (rapport des termes de plus haut degré). Donc K tend alors vers ρ (1-t).

On a alors graphiquement :

Capitaux propres (CP)	100	77	63	53	45	40	36	32	29	27
Dette (D)	0	23	38	47	55	60	64	68	71	73
Total	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
D/CP	**0%**	**30%**	**60%**	**90%**	**120%**	**150%**	**180%**	**210%**	**240%**	**270%**
t	34%	34%	34%	34%	34%	34%	34%	34%	34%	34%
ρ	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%
r	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
r.(1-t)	3,3%	3,3%	3,3%	3,3%	3,3%	3,3%	3,3%	3,3%	3,3%	3,3%
ρ.(1-t)	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%
k=ρ+(ρ-r).(1-t).D/CP	8,0%	8,6%	9,2%	9,8%	10,4%	11,0%	11,6%	12,2%	12,8%	13,3%
K_a=ρ.[1-Dt/(CP+D)]	**8,0%**	**7,4%**	**7,0%**	**6,7%**	**6,5%**	**6,4%**	**6,3%**	**6,2%**	**6,1%**	**6,0%**



3. Calcul du beta désendetté en présence de fiscalité

Il a été établi dans le cadre de la détermination du coût ajusté du capital que :

$E(R_i) = k = \rho + (\rho - i)(1-t)\frac{D}{CP}$.

En supposant que la société puisse s'endetter au taux sans risque r, on a :

$E(R_i) = k = \rho + (\rho - r)(1-t)\frac{D}{CP}$ (équation 1)

Or, d'après la formule de la droite de marché :

$E(R_i) = r + \beta_i \left[E(R_M) - r\right] = k$

Par ailleurs, $E(R^*_i) = \rho = r + \beta_i^* \left[E(R_M) - r\right]$.

Dès lors, en remplaçant $E(R_i)$ et ρ dans l'équation 1 par leur valeur respective fournie par la droite de marché :

$r + \beta_i \left[E(R_M) - r\right] = r + \beta_i^* \left[E(R_M) - r\right] + (r + \beta_i^* \left[E(R_M) - r\right] - r)(1-t)D/CP$

En simplifiant par r :

$\beta_i \left[E(R_M) - r\right] = \beta_i^* \left[E(R_M) - r\right] + \beta_i^* \left[E(R_M) - r\right](1-t)D/CP$.

En simplifiant par $\left[E(R_M) - r\right]$:

$\beta_i = \beta_i^* + \beta_i^* (1-t)D/CP$.

Finalement :

$$\boxed{\beta_i = \beta_i^* \left[1 + \frac{D(1-t)}{CP}\right]}$$